1.2 中国象棋将帅问题

★★★

下过中国象棋的朋友都知道，双方的“将”和“帅”相隔遥远，并且它们不能照面。在象棋残局中，许多高手能利用这一规则走出精妙的杀招。假设棋盘上只有“将”和“帅”二子（如图1-3所示）（为了下面叙述方便，我们约定用 A 表示“将”，B 表示“帅”）：

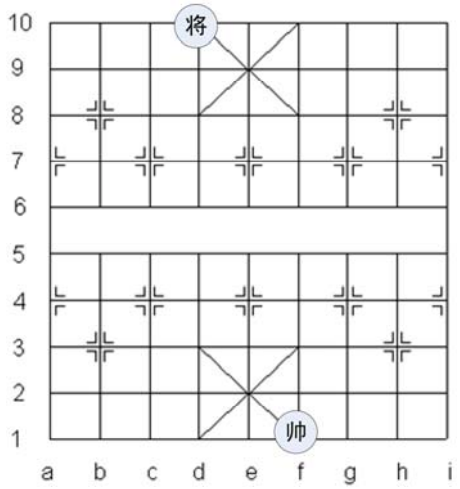


图 1-3

A、B 二子被限制在己方 3×3 的格子里运动。例如,在如上的表格里，A 被正方形$\{d_{10}, f_{10}, d_8, f_8\}$包围，而 B 被正方形$\{d_3, f_3, d_1, f_1\}$包围。每一步，A、B 分别可以横向或纵向移动一格，但不能沿对角线移动。另外，A 不能面对 B，也就是说，A 和 B 不能处于同一纵向直线上（比如 A 在 d_{10} 的位置，那么 B 就不能在 d_1、d_2 以及 d_3）。

请写出一个程序，输出 A、B 所有合法位置。要求在代码中只能使用一个变量。

分析与解法

问题的本身并不复杂，只要把所有 *A*、*B* 互相排斥的条件列举出来就可以完成本题的要求。由于本题要求只能使用一个变量，所以必须首先想清楚在写代码的时候，有哪些信息需要存储，并且尽量高效率地存储信息。稍微思考一下，可以知道这个程序的大体框架是：

```
遍历A的位置
    遍历B的位置
        判断A、B的位置组合是否满足要求。
        如果满足，则输出。
```

因此，需要存储的是 *A*、*B* 的位置信息，并且每次循环都要更新。为了能够进行判断，首先需要创建一个逻辑的坐标系统，以便检测 *A* 何时会面对 *B*。这里我们想到的方法是用 1~9 的数字，按照行优先的顺序来表示每个格点的位置（如图 1-4 所示）。这样，只需要用模余运算就可以得到当前的列号，从而判断 *A*、*B* 是否互斥。

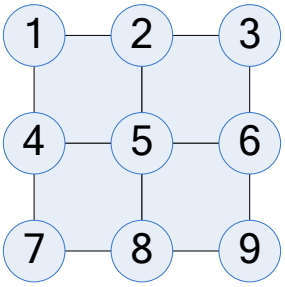


图 1-4　用 1~9 的数字表示 A、B 的坐标

第二，题目要求只用一个变量，但是我们却要存储 *A* 和 *B* 两个子的位置信息，该怎么办呢？

可以先把已知变量类型列举一下，然后做些分析。

对于 bool 类型，估计没有办法做任何扩展了，因为它只能表示 true 和 false 两个值；而 byte 或者 int 类型，它们能够表达的信息则更多。事实上，对本题来说，每个子都只需要 9 个数字就可以表达它的全部位置。

一个 8 位的 byte 类型能够表达 2^8=256 个值，所以用它来表示 *A*、*B* 的位置信息绰绰有余，因此可以把这个字节的变量（设为 *b*）分成两部分。用前面的 4 bit 表示 *A* 的位置，用后面的 4 bit 表示 *B* 的位置，那么 4 个 bit 可以表示 16 个数，这已经足够了。

问题在于：如何使用 bit 级的运算将数据从这一 byte 变量的左边和右边分别存入和读出。

下面是做法：

■ 将 byte *b*（10100101）的右边 4 bit（0101）设为 *n*（0011）：

首先清除 *b* 右边的 bits，同时保持左边的 bits:

11110000（LMASK）

& 10100101（*b*）

10100000

然后将上一步得到的结果与 *n* 做或运算

10100000（LMASK & *b*）

^ 00000011（*n*）

10100011

■ 将 byte *b*（10100101）左边的 4 bit（1010）设为 *n*（0011）：

首先，清除 *b* 左边的 bits，同时保持右边的 bits:

00001111（RMASK）

& 10100101（*b*）

00000101

现在，把 *n* 移动到 byte 数据的左边

n << 4 = 00110000

然后对以上两步得到的结果做或运算，从而得到最终结果。

00000101（RMASK & *b*）

^ 00110000（*n* << 4）

00110101

■ 得到 byte 数据的右边 4 bits 或左边 4 bits（e.g. 10100101 中的 1010 以及 0101）：

清除 *b* 左边的 bits，同时保持右边的 bits

```
    00001111 (RMASK)
&   10100101 (b)
    -----------
    00000101
```

清除 *b* 的右边的 bits，同时保持左边的 bits

```
    11110000 (LMASK)
&   10100101 (b)
    -----------
    10100000
```

将结果右移 4 bits

10100000 >> 4 = 00000101

最后的挑战是如何在不声明其他变量约束的前提下创建一个 for 循环。可以重复利用 1byte 的存储单元，把它作为循环计数器并用前面提到的存取和读入技术进行操作。还可以用宏来抽象化代码，例如：

```
for (LSET(b, 1); LGET(b) <= GRIDW * GRIDW; LSET(b, (LGET(b) + 1)))
```

【解法一】

代码清单 1-6

```
#define HALF_BITS_LENGTH 4
// 这个值是记忆存储单元长度的一半，在这道题里是4bit
#define FULLMASK 255
// 这个数字表示一个全部bit的mask，在二进制表示中，它是11111111。
#define LMASK (FULLMASK << HALF_BITS_LENGTH)
// 这个宏表示左bits的mask，在二进制表示中，它是11110000。
#define RMASK (FULLMASK >> HALF_BITS_LENGTH)
// 这个数字表示右bits的mask，在二进制表示中，它表示00001111。
#define RSET(b, n) (b = ((LMASK & b) ^ n))
// 这个宏，将b的右边设置成n
#define LSET(b, n)  (b = ((RMASK & b) ^ (n << HALF_BITS_LENGTH)))
// 这个宏，将b的左边设置成n
#define RGET(b) (RMASK & b)
// 这个宏得到b的右边的值
#define LGET(b) ((LMASK & b) >> HALF_BITS_LENGTH)
// 这个宏得到b的左边的值
#define GRIDW 3
// 这个数字表示将帅移动范围的行宽度。
#include <stdio.h>
#define HALF_BITS_LENGTH 4
#define FULLMASK 255
#define LMASK (FULLMASK << HALF_BITS_LENGTH)
#define RMASK (FULLMASK >> HALF_BITS_LENGTH)
#define RSET(b, n) (b = ((LMASK & b) ^ n))
#define LSET(b, n) (b = ((RMASK & b) ^ (n << HALF_BITS_LENGTH)))
#define RGET(b) (RMASK & b)
#define LGET(b) ((LMASK & b) >> HALF_BITS_LENGTH)
#define GRIDW 3
```

```
int main()
{
    unsigned char b;
    for(LSET(b, 1); LGET(b) <= GRIDW * GRIDW; LSET(b, (LGET(b) + 1)))
        for(RSET(b, 1); RGET(b) <= GRIDW * GRIDW; RSET(b, (RGET(b) + 1)))
            if(LGET(b) % GRIDW != RGET(b) % GRIDW)
                printf("A = %d, B = %d\n", LGET(b), RGET(b));

return 0;
}
```

【输出】

格子的位置用 N 来表示，$N = 1, 2, \cdots, 8, 9$，依照行优先的顺序，如图 1-5 所示：

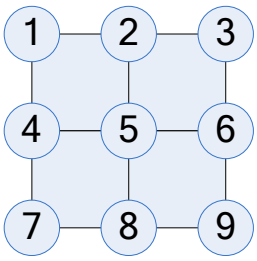
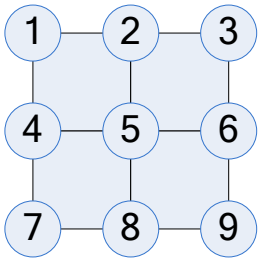
“将”（A）的格子	
“帅”（B）的格子	

图 1-5

$A = 1, B = 2$	$A = 4, B = 2$	$A = 7, B = 2$
$A = 1, B = 3$	$A = 4, B = 3$	$A = 7, B = 3$
$A = 1, B = 5$	$A = 4, B = 5$	$A = 7, B = 5$
$A = 1, B = 6$	$A = 4, B = 6$	$A = 7, B = 6$
$A = 1, B = 8$	$A = 4, B = 8$	$A = 7, B = 8$
$A = 1, B = 9$	$A = 4, B = 9$	$A = 7, B = 9$
$A = 2, B = 1$	$A = 5, B = 1$	$A = 8, B = 1$
$A = 2, B = 3$	$A = 5, B = 3$	$A = 8, B = 3$
$A = 2, B = 4$	$A = 5, B = 4$	$A = 8, B = 4$
$A = 2, B = 6$	$A = 5, B = 6$	$A = 8, B = 6$
$A = 2, B = 7$	$A = 5, B = 7$	$A = 8, B = 7$
$A = 2, B = 9$	$A = 5, B = 9$	$A = 8, B = 9$
$A = 3, B = 1$	$A = 6, B = 1$	$A = 9, B = 1$
$A = 3, B = 2$	$A = 6, B = 2$	$A = 9, B = 2$
$A = 3, B = 4$	$A = 6, B = 4$	$A = 9, B = 4$
$A = 3, B = 5$	$A = 6, B = 5$	$A = 9, B = 5$
$A = 3, B = 7$	$A = 6, B = 7$	$A = 9, B = 7$
$A = 3, B = 8$	$A = 6, B = 8$	$A = 9, B = 8$

考虑了这么多因素，总算得到了本题的一个解法，但是 MSRA 里却有人说，下面的一小段代码也能达到同样的目的：

```
BYTE i = 81;
while(i--)
{
    if(i / 9 % 3 == i % 9 % 3)
        continue;
    printf(“A = %d, B = %d\n”, i / 9 + 1, i % 9 + 1);
}
```

但是很快又有另一个人说他的解法才是效率最高的：

代码清单 1-7

```
struct {
    unsigned char a:4;
    unsigned char b:4;
} i;

for(i.a = 1; i.a <= 9; i.a++)
for(i.b = 1; i.b <= 9; i.b++)
    if(i.a % 3 == i.b % 3)
            printf("A = %d, B = %d\n", i.a, i.b);
```

读者能自己证明一下么？[1]

[1] 这一题目由微软亚洲研究院工程师 Matt Scott 提供，他在学习中国象棋的时候想出了这个题目，后来一位应聘者给出了比他的“正解”简明很多的答案，他们现在成了同事。